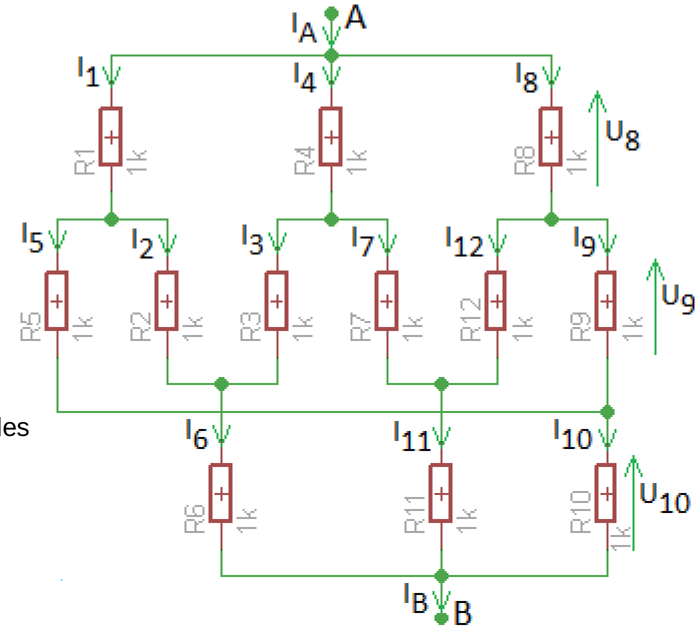
Opgave 5



Det første vi gør er, at vi tegner kredsløbet om, så vi kan se hvad der sker med strømme og med spændinger i kredsløbet.

Vi kan se at strømmen i A deler sig i 3 dele.

Hver af disse strømme deles igen i to dele, så der i alt er 6 dele.

Hver enkelt af disse strømme samles to og to i en strøm, så vi igen er nede på at der er 3 strømme. Disse 3 strømme samles og løber ud ved B.

Tricket i at beregne den totale modstand, når alle modstande er ens er, at indse at spændingen over R1, R4 og R8 er den samme, og hvis så spændingen over R6, R11 og R10 også er den samme, så må alle spændingerne på de midterste modstande være de samme også.

Ved at se at I_1 deles til I_5 og I_2, og at I_4 på samme måde deles til I_3 og I_7, samt at I_8 deles til I_{12} og I_9
Og hvis man sammenholder det med at I_6 samles af I_2 og I_3, og igen at I_{11} samles af I_7 og I_{12}, samt at I_{10} samles af I_5 og I_9
Når modstandene så er ens, så må I_1 være lig med I_4 og lig med I_8

Det betyder så at vi kan begynde at regne på det. Vi sætter I_A til 10 mA

$I_A := 10\text{mA}$ $\quad R := 1\text{k}\Omega$

$I_1 := \frac{I_A}{3}$ $\quad I_4 := I_1$ $\quad I_8 := I_1$

$I_5 := \frac{I_1}{2}$ $\quad I_2 := I_5$ $\quad I_3 := I_5$ $\quad I_7 := I_5$ $\quad I_{12} := I_5$ $\quad I_9 := I_5$

$I_6 := I_2 + I_3$ $\quad I_{11} := I_7 + I_{12}$ $\quad I_{10} := I_5 + I_9$

$I_B := I_6 + I_{11} + I_{10} = 10 \cdot \text{mA}$ Det er altså samme strøm der løber ind og ud af kredsløbet

$U_8 := R \cdot I_8$ $\quad U_9 := R \cdot I_9$ $\quad U_{10} := R \cdot I_{10}$ $\quad U_{AB} := U_8 + U_9 + U_{10} = 8.333\text{ V}$

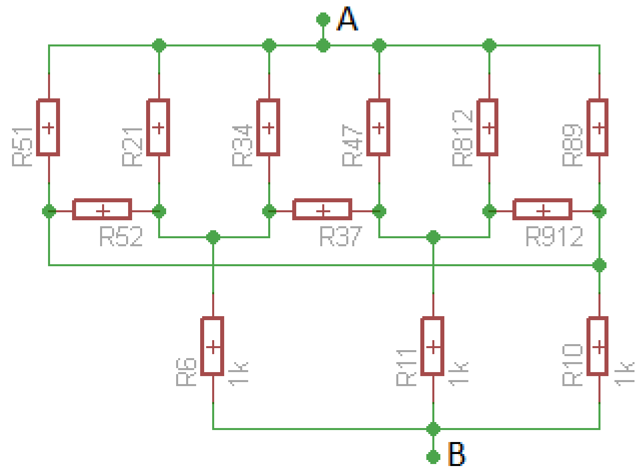
$R_{total} := \frac{U_{AB}}{I_A} = 833.333\ \Omega$

Opgaven kan også løses ved stjerne-trekant transformation af modstandene, derved bliver den mulig at regne også med forskellige modstande. Vi prøver først med de samme modstande.

$R_1 := 1k\Omega \quad R_2 := 1k\Omega \quad R_3 := 1k\Omega \quad R_4 := 1k\Omega \quad R_5 := 1k\Omega \quad R_6 := 1k\Omega$

$R_7 := 1k\Omega \quad R_8 := 1k\Omega \quad R_9 := 1k\Omega \quad R_{10} := 1k\Omega \quad R_{11} := 1k\Omega \quad R_{12} := 1k\Omega$

Ved at lave en stjerne-trekant transformation på de 3 øverste trekantforbindelser får man det viste kredsløb



$$R_{51} := R_5 \cdot R_1 \cdot \left(\frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$R_{52} := R_5 \cdot R_2 \cdot \left(\frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$R_{21} := R_2 \cdot R_1 \cdot \left(\frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$R_{34} := R_3 \cdot R_4 \cdot \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_7} \right) \qquad R_{37} := R_3 \cdot R_7 \cdot \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_7} \right)$$

$$R_{47} := R_4 \cdot R_7 \cdot \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_7} \right)$$

$$R_{812} := R_8 \cdot R_{12} \cdot \left(\frac{1}{R_8} + \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_9} \right) \qquad R_{912} := R_9 \cdot R_{12} \cdot \left(\frac{1}{R_8} + \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_9} \right)$$

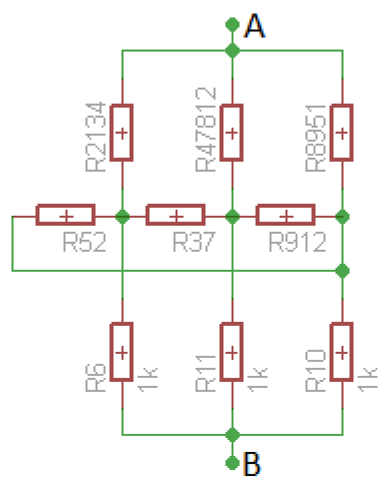
$$R_{89} := R_8 \cdot R_9 \cdot \left(\frac{1}{R_8} + \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_9} \right)$$

I dette kredsløb kan man så sætte R_{21} parallel med R_{34} til R_{2134} og tilsvande til R_{47812} og R_{8951}

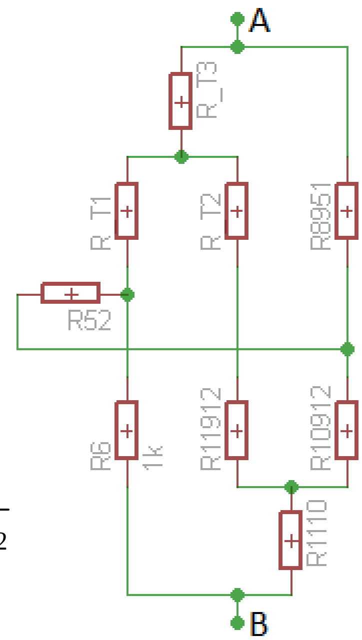
$$R_{2134} := \frac{R_{21} \cdot R_{34}}{R_{21} + R_{34}}$$

$$R_{47812} := \frac{R_{47} \cdot R_{812}}{R_{47} + R_{812}}$$

$$R_{8951} := \frac{R_{51} \cdot R_{89}}{R_{51} + R_{89}}$$



For at kunne reducere yderligere laves to trekant-stjerne transformationer til det viste kresløb, så man kan sætte R11912 i serie med R_T2



$$R_{T1} := \frac{R_{2134} \cdot R_{37}}{R_{2134} + R_{37} + R_{47812}}$$

$$R_{T2} := \frac{R_{37} \cdot R_{47812}}{R_{2134} + R_{37} + R_{47812}}$$

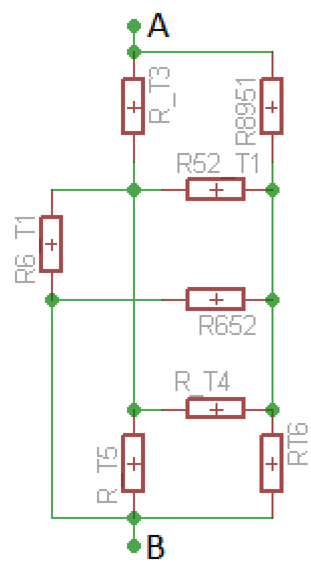
$$R_{T3} := \frac{R_{2134} \cdot R_{47812}}{R_{2134} + R_{37} + R_{47812}}$$

$$R_{1110} := \frac{R_{11} \cdot R_{10}}{R_{11} + R_{10} + R_{912}} \qquad R_{11912} := \frac{R_{11} \cdot R_{912}}{R_{11} + R_{10} + R_{912}}$$

$$R_{10912} := \frac{R_{912} \cdot R_{10}}{R_{11} + R_{10} + R_{912}}$$

$$R_{11912\_T2} := R_{11912} + R_{T2}$$

Efter at have sat R_{11912} og R_{T2} i serie, så er der igen to stjerne-forbindelser der kan laves til trekant-forbindelser, så man kommer frem til det viste diagram:



$$R_{6\_T1} := R_6 \cdot R_{T1} \cdot \left(\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{T1}} + \frac{1}{R_{52}} \right)$$

$$R_{652} := R_6 \cdot R_{52} \cdot \left(\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{T1}} + \frac{1}{R_{52}} \right)$$

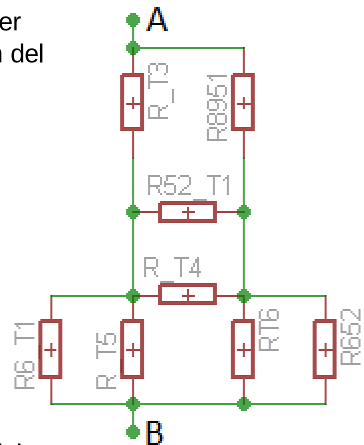
$$R_{52\_T1} := R_{52} \cdot R_{T1} \cdot \left(\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{T1}} + \frac{1}{R_{52}} \right)$$

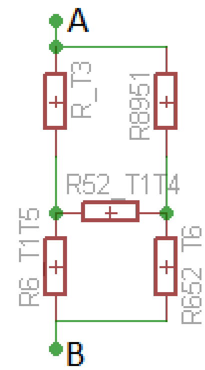
$$R_{T4} := R_{11912\_T2} \cdot R_{10912} \cdot \left(\frac{1}{R_{11912\_T2}} + \frac{1}{R_{10912}} + \frac{1}{R_{1110}} \right)$$

$$R_{T5} := R_{11912\_T2} \cdot R_{1110} \cdot \left(\frac{1}{R_{11912\_T2}} + \frac{1}{R_{10912}} + \frac{1}{R_{1110}} \right)$$

$$R_{T6} := R_{1110} \cdot R_{10912} \cdot \left(\frac{1}{R_{11912\_T2}} + \frac{1}{R_{10912}} + \frac{1}{R_{1110}} \right)$$

Hvis man tegner lidt om på diagrammet, så kan man se at der er 3 modstandspar som sidder i parallel - det kan reducere diagrammet en del



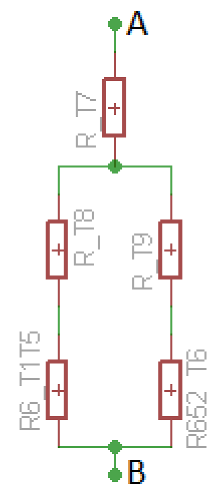


$$R_{6\_T1T5} := \frac{R_{6\_T1} \cdot R_{T5}}{R_{6\_T1} + R_{T5}}$$

$$R_{52\_T1T4} := \frac{R_{52\_T1} \cdot R_{T4}}{R_{52\_T1} + R_{T4}}$$

$$R_{652\_T6} := \frac{R_{652} \cdot R_{T6}}{R_{652} + R_{T6}}$$

Ved at omforme den øverste trekant-forbindelse til en stjerneforbindelse kommer man frem til det viste kredsløb



$$R_{T7} := \frac{R_{T3} \cdot R_{8951}}{R_{T3} + R_{8951} + R_{52\_T1T4}}$$

$$R_{T8} := \frac{R_{T3} \cdot R_{52\_T1T4}}{R_{T3} + R_{8951} + R_{52\_T1T4}}$$

$$R_{T9} := \frac{R_{52\_T1T4} \cdot R_{8951}}{R_{T3} + R_{8951} + R_{52\_T1T4}}$$

Herefter skal man blot regne de to serieforbindelser sammen, for derefter at sætte dem i parallel og til sidst sætte R_{T7} i serie med

$$R_{S1} := R_{T8} + R_{6\_T1T5}$$

$$R_{S2} := R_{T9} + R_{652\_T6}$$

$$R_P := \frac{R_{S1} \cdot R_{S2}}{R_{S1} + R_{S2}}$$

$$R_{Resultat} := R_{T7} + R_P = 833.333\,\Omega$$

Regnearbejdet er langt mere omfattende, men nu er det universelt, så man kan have helt vilkårlige forskellige modstande i kredsløbet, og det kan alligevel lade sig gøre at regne den samlede modstand for kredsløbet ud.